

Física. Electromagnetismo.

2do. Examen

Nombre:

1. Verifique la siguiente identidad vectorial

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} - \vec{B}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}).$$

2. Calcule los factores de escala h_r, h_θ, h_ϕ en las coordenadas esféricas. Use que

$$x = r \operatorname{sen} \theta \cos \phi,$$

$$y = r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi,$$

$$z = r \cos \theta.$$

(Sugerencia: calcule $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$).

3. Usando el hecho de que

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}(q_1, q_2, q_3) = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left(\frac{\partial}{\partial q_1} (V_1 h_2 h_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (V_2 h_3 h_1) + \frac{\partial}{\partial q_3} (V_3 h_1 h_2) \right),$$

calcule

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3} \right).$$

4. El potencial vectorial \vec{A} de un dipolo magnético, con momento dipolar \vec{m} (m es cte), está dado por $\vec{A}(\vec{r}) = (\mu_0/4\pi)(\vec{m} \times \vec{r}/r^3)$. Muestre que el campo magnético $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ está dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{m}) - \vec{m}}{r^3}.$$

5. Muestre que

$$\frac{1}{3} \oint_S \vec{r} \cdot d\vec{s} = V,$$

donde V es el volumen encerrado por la superficie cerrada S .